

Guía para la articulación 2018-2019

Matemática

Asesores nacionales: Juan Pablo Serrano Echeverría y Roxana Martínez Rodríguez

Este documento tiene como propósito ser una guía para el docente de la asignatura, de tal manera que se integren las habilidades específicas, que se pudieron ver afectadas por la interrupción del tercer periodo del curso lectivo 2018, según sean las áreas que corresponden a cada nivel en el 2019.

Al agregar habilidades correspondientes a cada nivel, se hacen sugerencias de integración de habilidades y de desarrollar algunas de estas, en un nivel básico, que permita implementar el programa al término del año.

Para la elaboración de esta guía, se tomó en cuenta la distribución de áreas por nivel, incluida en la página 465 del programa de estudios vigente:

Distribución de áreas por nivel

Nivel	I Periodo	II Periodo	III Periodo
Tercer ciclo			
7° Año	Números	Estadística y Probabilidad Relaciones y Álgebra	Geometría
8° Año	Números Geometría	Relaciones y Álgebra	Estadística y Probabilidad
9° Año	Números Geometría	Estadística y Probabilidad Relaciones y Álgebra	Relaciones y Álgebra
Ciclo diversificado			
10° Año	Geometría Relaciones y Álgebra	Relaciones y Álgebra	Estadística y Probabilidad
11° Año	Relaciones y Álgebra	Estadística y Probabilidad Geometría	Geometría

Notas:

Primaria no se incluye pues allí se trabaja en cada año lectivo una distribución de contenidos en espiral.

Medidas es transversal en el Tercer ciclo y en el Ciclo diversificado.

Números es transversal en el Ciclo diversificado.

Cabe destacar que las habilidades, que menciona el documento, corresponden a las habilidades específicas por área y nivel, tal y como se presentan en el programa de estudios vigente.

La distribución se presenta en una tabla de cuatro columnas, detalladas a continuación:

- Primera columna: se refiere a los conocimientos que corresponden al nivel para el 2019.
- Segunda columna: corresponde a las áreas del tercer periodo del 2018, que no se cubrieron, se presentan en el orden que se sugiere se desarrollen, para lograr una secuencia vertical con las áreas que se están incluyendo del año anterior.
- Tercera columna: enlista el número de habilidad, según correspondan al año en curso o al anterior; se presentan en el orden en que se espera se desarrollen y en bloques para que se integren, de tal manera que se logre una mejor comprensión del área y aprovechamiento de tiempo y recursos.
- Cuarta columna: presenta recursos y recomendaciones, tanto de la forma de integración, como del nivel por alcanzar de las habilidades específicas indicadas.

Las habilidades del año anterior que se consideran vitales para el desarrollo de las habilidades del nivel en curso se marcarán en **negrita**.

Al final de este documento se encontrará un listado de las habilidades a las cuales se hace mención.

Debe aclararse que esta guía no sustituye, en ningún momento, al programa de estudios que orienta la labor educativa de la persona docente; más bien constituye un instrumento o unidad de articulación guía, que busca facilitar la labor docente.

Materia: Matemática Nivel: Séptimo

El programa de estudios de matemática de secundaria, secuencia las habilidades de tal manera que retoma las que corresponden a primaria y según el área, las retoma y amplía, desarrollando las que corresponde a secundaria.

Por ello, basta con seguir el programa de estudios del nivel tal y como está planteado.

Materia: Matemática Nivel: Octavo

El área que corresponde integrar para octavo año es de Geometría, por lo que se propone en el primer periodo desarrollar las habilidades que corresponden al área de números racionales, profundizando en las habilidades que corresponden a la operatoria, las otras habilidades se pueden cubrir con mejor profundidad al estudiar los números reales en noveno. También corresponde al primer periodo algunas de las habilidades del área de Geometría, para los cuales se propone una integración de habilidades, otras de las habilidades de Geometría quedarían para el segundo periodo.

Por lo tanto, durante el segundo periodo se desarrollaran parte de las habilidades de Geometría indicadas en la tabla, junto con las habilidades, que corresponden a Relaciones y Álgebra de octavo. Se deja para el tercer periodo únicamente las habilidades de Estadística y Probabilidad, tal como está en el programa de estudios.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y recomendaciones
Primer periodo			
Área: Números racionales			
Números racionales -Concepto de número racional -Representaciones -Relaciones de orden	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 1, 2, 3, 4,	Integrar habilidades 1, 2, 3 y 4, en tareas donde a partir de una representación de un número racional se determine si también es un número entero, donde se escriba un número racional con diferentes expresiones.
	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 5, 6	Integrar habilidades 5 y 6, de tal manera que a la vez que determina la posición en la recta de un número racional, determine relaciones de orden entre ellos. Esta habilidades se pueden desarrollar de manera paralela a la 1, 2, 3 y 4, pue a la vez que se escribe un número racional o entero de diferentes formas, pueden establecerse las relaciona de orden y la representación en la recta numérica.
Operaciones, cálculos y estimaciones - Suma - Resta - Multiplicación - División - Potencias - Raíces	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 7, 8, 9 y 10 14, 15 y 16	La habilidad 9 se puede desarrollar de manera integral con las habilidades 7, 8 y 10, de tal manera que conforme se desarrollen las mismas, se utilicen las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la suma y multiplicación. Además, las habilidades 14, 15 y 16 se desarrollan de manera integral, con la 7, 8 y 10, de tal manera que a partir de contextos reales, se desarrollen algunas operaciones con números racionales.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y recomendaciones
			Estas son de las habilidades que requieren mayor tiempo, dado que son base para realizar las operaciones con números, esencial del área de <u>números</u> , así como para realizar las operaciones con expresiones algebraicas.
	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 11, 12, 13	Estas habilidades se pueden desarrollar a niveles básicos pues se pueden retomar y profundizar en noveno año, al desarrollar el tema de números reales.
Área: Geometría			
Transformaciones en el plano - Homotecias - Puntos homólogos - Segmentos homólogos	Geometría analítica -Ejes cartesianos -Representación de puntos -Representación de figuras Conocimientos básicos Punto -Puntos colineales y no colineales -Puntos coplanares y no coplanares	De séptimo 1, 2, 3, 4, 5 De séptimo 20, 21, 22 De octavo 1, 2, 3	Las habilidades que corresponde a los "conocimientos básicos" de séptimo, se estudian de manera integrada con las habilidades iniciales de la geometría analítica. Se inicia con una lluvia de ideas, sobre las nociones de triángulo, cuadrado, rectángulo, paralelogramos, trapecios, polígonos regulares y sus elementos; lo que se pretende es que el estudiante los reconozca según sus características, para en este nivel aprender los nombres que corresponden y la simbología. En primera instancia, se estudia la representación de figuras en el plano cartesiano; luego, por ejemplo si se ha representado un triángulo, a partir de esa representación, se reconocen y da nombre a los diferentes elementos que lo conforman.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y recomendaciones
	- Punto medio Recta - Segmento - Semirrecta - Rayo -Rectas concurrentes - Rectas paralelas en el plano -Rectas perpendiculares en el plano.		Se reconocen puntos colineales y no colineales que conforman la figura, sean interiores o exteriores. Las rectas, segmentos, semirrectas y rayos, se determinan a partir de la proyección de los lados, es importante aclarar que no se ve el concepto de "proyección", sino que, al extender alguno de los lados, se observa, por ejemplo, la recta que contiene el lado; a partir de dos de los vértices de la figura se determina el punto medio. Para el estudio de rectas paralelas, perpendiculares o concurrentes, se analizan a partir del estudio de figuras en el plano cartesiano, como por ejemplo el rectángulo, pues los segmentos que lo conforman pertenecen a rectas que son paralelas o son perpendiculares entre sí, así como los segmentos de los triángulos forman parte de rectas que son concurrentes. Luego se desarrollan en su orden las habilidades que corresponden al tema de homotecias.
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Ángulos -Llano -Adyacentes -Par lineal	De séptimo 8, 9, 10, 11, 12	Este tema se puede desarrollar únicamente de manera numérica, dando énfasis a la aplicación de relaciones entre las medidas de ángulos determinados por tres rectas coplanares, o bien en ángulos determinados por

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y recomendaciones
	-Opuestos por el vértice -Congruentes -Complementarios -Suplementarios		dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos. Si estas habilidades se desarrollan utilizando un plano cartesiano, se logra favorecer la discriminación visual, de tal manera que se logre el reconociendo de diferentes elementos y sus relaciones, en un plano cartesiano. Dependiendo del grupo, el docente puede desarrollar estas habilidades sin utilizar el plano cartesiano.
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Triángulos -Desigualdad triangular -Ángulos internos -Ángulos externos	De séptimo 13, 14, 15	Las habilidades 13, 14 y 15 de séptimo, pueden desarrollarse únicamente de manera numérica, ello hace una inversión de tiempo diferente, los ejercicios que involucren cálculos algebraicos, se pueden desarrollar en los años siguientes. Para darle continuidad a la mediación, puede enfocarse con triángulos ubicados en el plano cartesiano, así resulta más natural desarrollar el tema que sigue de "semejanza de triángulos", a partir las habilidades de homotecias.
Triángulos -Semejanza -Congruencias -Teorema de Thales	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	Las habilidades 4 y 5 permiten un trabajo integrado, de tal manera que a partir de obtener una homotecia, se determine la semejanza o congruencia de triángulos. Luego, se pueden desarrollar las habilidades 6, 7, 8 y 9, donde se reconoce la congruencia y semejanza de

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y recomendaciones
			triángulos en diferentes contextos y se justifican con los respectivos criterios. Las habilidades 10 y 11 se deben desarrollar integradas con las anteriores. La habilidad 12 se puede justificar a partir de la semejanza de triángulo, por lo que se puede integrar con la semejanza, luego se hace una generalización y se concluye el Teorema de Thales.

Segundo periodo			
Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Cuadriláteros -Áreas -Suma de medidas de ángulos internos -Suma de medidas de ángulos externos	De séptimo 16, 17, 18, 19	Las habilidades 16, 17, 18 y 19 de séptimo, pueden desarrollarse únicamente de manera numérica, ello hace una inversión de tiempo diferente; los ejercicios que involucren cálculos algebraicos, se pueden desarrollar en años siguientes.
Visualización espacial	Visualización espacial	De séptimo 6, 7,	Las habilidades 6 y 7 de séptimo se pueden integrar a las habilidades 13 y 14 de octavo.

-Pirámide recta - Caras laterales - Base - Apotemas - Ápice (cúspide) - Altura -Sección plana -Prisma recto	-Caras -Aristas -Vértices -Rectas y segmentos paralelos -Rectas y segmentos perpendiculares -Planos paralelos -Planos perpendiculares	De octavo 13, 14, 15, 16	Luego se desarrollan las habilidades 15 y 16. Este tema se inicia en sexto año, por lo que se espera que el estudiante tenga nociones de ello; además de que se retoma en décimo y undécimo, por lo que el nivel de desarrollo de estas habilidades, es a un nivel de identificación y reconocimiento, pues en décimo y undécimo se profundizará.
Área: Relaciones y Álgebra			
Funciones - Función lineal Expresiones algebraicas - Concepto de expresión algebraica - Valor numérico - Monomios -Monomios semejantes -Operaciones con monomios - Factor numérico y factor literal - Polinomios	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo, habilidades 1 y 2 De octavo, habilidades 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 De octavo, habilidades 11, 12, 13 y 14	El enfoque en tema de "Funciones: función Lineal", con las habilidades 1 y 2, busca llegar a concluir la relación " $y = ax$ ", o bien " $y = ax + b$ " para expresar relaciones entre variables; es en décimo año que se le debe dar el tratamiento como función y por lo tanto determinar los elementos de análisis de una función. De igual manera, el nivel de las ecuaciones, que se solucionen, están establecidas en la página 336 del programa de estudios vigente.

-Operaciones con polinomios -Productos notables Ecuaciones - Ecuaciones de primer grado con una incógnita - Solución de una ecuación -Cero de una función -Raíz de una ecuación -Ecuaciones literales			
---	--	--	--

Tercer periodo			
Área: Estadística y probabilidad			
Corresponden todos los aprendizajes de octavo nivel de este tema	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo: Estadística de la 1 a la 4 Probabilidad de la 1 a la 12	Se espera se desarrolle en forma completa durante el tercer periodo.

LISTADO DE RECURSOS EN LA WEB para el primer periodo de octavo

Articulación 2018-2019

Recopilación: Lilliam Rojas Artavia. Asesora de la Dirección de Recursos Tecnológicos. MEP

Materia: Matemática

Nivel: Octavo

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Descripción e hipervínculos de algunos recursos de apoyo
Primer periodo			
Área: Números Racionales			
Números racionales -Concepto de número racional -Representaciones	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 1, 2, 3, 4,	Actividad para escribir la expresión decimal de una fracción. https://www.geogebra.org/m/rhvV54W9 Ilustraciones de concepto décima y centésima. https://www.geogebra.org/m/PytWYfau Ilustración de fracciones propias impropias, inglés y español. https://www.geogebra.org/m/WK6qMcwM

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Descripción e hipervínculos de algunos recursos de apoyo
-Relaciones de orden	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 5, 6	En el botón "Representación" permite generar fracciones impropias, propias y enteras. En el botón "Comparación" se establecen relaciones de orden. Ambas actividades en la recta numérica. https://www.geogebra.org/m/c2UpdVF6
Operaciones, cálculos y estimaciones - Suma - Resta - Multiplicación - División - Potencias - Raíces	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 7, 8, 9 y 10 14, 15 y 16	Las 4 operaciones con fracciones, ejemplos variados y además propone ejercicios. https://www.geogebra.org/m/yK6zT2pj
	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 11, 12, 13	Vídeo con resolución de un ejercicio. Ilustra uso de propiedades de potencias. https://www.youtube.com/watch?v=mQiYuVeXZxM Ejemplos de potencia de fracciones y raíz cuadrada de fracciones. Solo raíz cuadrada. https://www.geogebra.org/m/DC6ZUBNY Vídeo que explica un ejemplo de raíces cuarta de una fracción. https://www.youtube.com/watch?v=PaT2DdRhkMo Vídeo acerca de combinación de operaciones. https://www.youtube.com/watch?v=-QpMtFj07is
Área: Geometría			

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Descripción e hipervínculos de algunos recursos de apoyo
Transformaciones en el plano Homotecias -Puntos homólogos Segmentos homólogos	Geometría analítica -Ejes cartesianos -Representación de puntos -Representación de figuras Conocimientos básicos Punto - Puntos colineales y no colineales - Puntos coplanares y no coplanares - Punto medio Recta - Segmento - Semirrecta - Rayo -Rectas concurrentes -Rectas paralelas en el plano - Rectas Perpendiculares en el plano	De séptimo 1, 2, 3, 4, 5. De séptimo 20, 21, 22 De octavo 1, 2, 3	Actividad en el plano cartesiano para manipulación de puntos y construcción de rectas. https://www.geogebra.org/m/Wk7Y7N6V Vídeo que explica homotecia directa, homotecia inversa, puntos y segmentos homólogos. https://www.youtube.com/watch?v=pi5Ok-vZIC4 Manipulación de tres puntos para hacerlos colineales o no colineales. https://www.geogebra.org/m/Twb8qmv d Manipulación para hallar la posición del punto medio. https://ggbm.at/JV42bJXt Aplicación geogebra con ejemplos del cálculo del punto medio. https://www.geogebra.org/m/Amd66Jp5 Ejemplos de rectas paralelas, rectas perpendiculares y rectas oblicuas. https://www.geogebra.org/m/EvednNvS Vídeo con la simbología de rayo, recta y segmento de recta. https://www.youtube.com/watch?v=ynAJydUsfNA

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Descripción e hipervínculos de algunos recursos de apoyo
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Ángulos -Llano -Adyacentes -Par lineal -Opuestos por el vértice -Congruentes -Complementarios -Suplementarios	De séptimo 8, 9, 10, 11, 12	Aplicación de geogebra que permite ver ejemplos de ángulos complementarios, ángulos suplementarios y los opuestos por el vértice. https://www.geogebra.org/m/AbpeHuyd
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Triángulos -Desigualdad triangular -Ángulos internos -Ángulos externos	De séptimo 13, 14, 15	Aplicación geogebra para manipular tres puntos y analizar si se cumple la desigualdad. https://www.geogebra.org/m/tY33dwZ4 Ilustración de suma de ángulos internos, cuenta con transportador. https://www.geogebra.org/m/D8FjWRJR Diversos ejemplos de la relación medida ángulo externo y las medidas de los ángulos internos <u>no</u> adyacentes. https://www.geogebra.org/m/f3pUpqCP

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Descripción e hipervínculos de algunos recursos de apoyo
Triángulos - Semejanza - Congruencias - Teorema de Thales	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De octavo 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	Vídeo acerca de semejanza y congruencia de triángulos. https://www.mep.go.cr/educatico/semejanza-congruencia-triangulos Aplicación geogebra para la comprobación del teorema de Thales https://www.geogebra.org/m/PtCWdUTW

Materia: Matemática Nivel: Noveno

Durante el primer periodo se desarrollan las habilidades indicadas en el programa de estudio, que corresponden a las áreas de números y geometría. Para el segundo periodo, se integran las habilidades del área estadística y probabilidad de octavo con las de noveno. Para el tercer periodo se desarrollan de manera integrada todas las habilidades de relaciones y Álgebra del nivel.

Se desarrollan en la tabla sugerencias para el segundo periodo.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
Estadística Variables cuantitativas -Discretas -Continuas	Frecuencia -Absoluta -Porcentual Representación	De noveno año 1,2 3,4,5,6,7	Se recomienda iniciar con un caso en el cual se puedan trabajar las habilidades 2 y 3 de octavo y posteriormente otros dos

Distribuciones de frecuencia -Clases o intervalos -Frecuencia absoluta -Frecuencia relativa y porcentual -Representación tabular Representación gráfica -Histogramas -Polígonos de frecuencia	-Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual -Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos	De octavo año 2,3	casos en el cual se integren las habilidades 3, 4, 5, 6, 7 de noveno año. Durante el análisis de cada caso, se desarrollan de forma transversal las habilidades 1 y 2 de noveno año. Se recomienda trabajar más en la interpretación de las representaciones gráficas y tabulares, que en la mecánica para construirlas, de ser posible utilizar la calculadora o <i>soft wares</i> informáticos para tal fin.
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Medidas de posición -Moda -Media aritmética -Mínimo -Máximo -Recorrido	De octavo 4	Se recomienda retomar el primer caso trabajado en el desarrollo de las habilidades anteriores de octavo año y hacer énfasis en la caracterización del grupo de datos a partir de la información que brinden las medidas de posición. Igual que en la sección anterior, se recomienda hacer énfasis en la interpretación de las medidas estadísticas así como en la caracterización del grupo de datos, en lugar de durar tiempo en la operatoria para hallar cada medida, de ser posible utilizar la calculadora o <i>soft wares</i> informáticos para tal fin.

<u>Probabilidad</u> -Estimación de probabilidad: empleo de la frecuencia relativa (concepto frecuencial o empírico) -Introducción a la ley de los grandes números	Espacio muestral -Espacio muestral, puntos muestrales y su representación -Definición clásica (o laplaciana) Eventos -Resultados favorables a un evento -Eventos simples y compuestos -Evento seguro, evento probable, evento imposible	De noveno 2, 3, 4 De octavo 3, 4, 5, 6, 7 y 8 De noveno 5 y 6	Se recomienda trabajar con tres actividades que integren las siguientes habilidades: Primera: proponer una actividad en la cual se deba plantear primeramente el espacio muestral (habilidad 3 de octavo), posteriormente determinar los eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria, para terminar clasificándolos en simples o compuestos, y en probables, imposibles o seguros. Una vez realizado esto, se procede a desarrollar las habilidades 7 y 8 de octavo. Segunda: plantear una actividad en la cual su probabilidad no pueda ser determinada utilizando el concepto clásico, sino probabilidad frecuencial. Integrar habilidades 2, 3 y 4 de noveno año. Se recomienda la actividad puntual del programa de estudios de las páginas 365 y 366. Tercera: se propone un problema donde se comprueba la ley de los grandes números. Se recomienda utilizar la calculadora o la computadora para realizar simulaciones
---	--	---	---

			donde el número de observaciones aumente considerablemente.
--	--	--	---

Materia: Matemática Nivel: Décimo

Durante el primer periodo se desarrollan las habilidades indicadas en el programa de estudio, que corresponden al área de geometría de décimo, luego se integran las habilidades del área de relaciones y Álgebra de noveno con las de décimo, esto llevará parte del primer periodo y el segundo periodo completo. Para el tercer periodo se desarrollan las habilidades de estadística y probabilidad que corresponde al nivel.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
Primer periodo			
Área: Geometría			Se espera se desarrolle en forma completa durante parte del primer periodo.
Área: Relaciones y Álgebra			
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Expresiones algebraicas -Factorización de polinomios -Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias -Racionalización	De noveno: 3, 4, 5, 6, y 7	Si bien es cierto estas habilidades se desarrollan de una en una y de manera concatenada, el nivel de las mismas, debe ser lo necesario y suficiente para el desarrollo de los temas de funciones. No se trata de realizar operaciones extensas, sino con detalles

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Ecuaciones -Ecuaciones de segundo grado con una incógnita - Raíces - Discriminante	De noveno: 8 y 9	y diferencias necesarias para los temas de funciones.

Segundo periodo

Conjuntos numéricos • Unión • Intersección • Pertenencia • Subconjunto • Complemento • Intervalos	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De décimo: 1, 2, 3, 4 y 5	El nivel de estas habilidades está delimitado porque lo se busca es utilizar estos conocimientos como lenguaje para el tratamiento de funciones y ecuaciones; es un tratamiento netamente instrumental y para que el estudiante se exprese matemáticamente bien, en el caso de tener que referirse por ejemplo al dominio de una función, a la solución de una ecuación, entre otros.
Funciones -Concepto de función y de gráfica de una función -Elementos para el análisis de una función	Funciones -Función cuadrática	De décimo: de la 6 a la 15 De noveno: 10, 11 y 12	Este tema se ha venido desarrollando desde séptimo año, por lo que corresponde la formalización del concepto de función y el estudio de algunos casos particulares de las funciones. La función cuadrática, en noveno se debe iniciar su estudio como relación, al no hacerse de esta manera en el 2018, se sugiere realizar su estudio en décimo como función.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
-Dominio, Imagen, Preimagen, Ámbito, Inyectividad, crecimiento, Decrecimiento - Análisis de gráficas de funciones -Composición de funciones -Función lineal -Función cuadrática			
Sistemas de ecuaciones lineales -Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De décimo: 16 y 17	Lo esencial es que el estudiante sea capaz de plantear y resolver un sistema para dar respuesta a una situación en particular, indistintamente del método de solución que utilice.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
Tercer periodo			
Área: Estadística y probabilidad		De décimo: Estadística de 1 a la 6 Probabilidad de la 1 a la 7	Se espera se desarrolle en forma completa durante el tercer periodo.

Materia: Matemática Nivel: Undécimo

Durante el primer periodo se desarrollan las habilidades indicadas en el programa de estudio, que corresponde al área de relaciones y Álgebra. Para el segundo periodo, se integran las habilidades del área estadística y probabilidad de décimo con las de undécimo. Para el tercer periodo se desarrollan de manera integrada todas las habilidades de geometría del nivel.

Se desarrollan en la tabla sugerencias para el segundo periodo.

Aprendizajes esperados 2019	Aprendizajes esperados 2018	Habilidades	Recursos y Recomendaciones
Estadística Medidas de variabilidad -Recorrido	Estadística Medidas de posición - Moda	De décimo año 2 De décimo	Se recomienda integrar todas las habilidades con una sola actividad que presente las medidas de posición y las de variabilidad, así como el diagrama de cajas.

-Recorrido intercuartílico -Variancia -Desviación estándar Representación gráfica -Diagrama de cajas	- Media aritmética -Mediana -Cuartiles -Extremos -Máximo -Mínimo -Media aritmética ponderada	5,6 De undécimo año 2, 3, 4, 5, 6	Se debe dar énfasis en la interpretación de las medidas, más que en el cálculo de estas. Debe aprovecharse todo el tiempo posible en esto y utilizar la calculadora o algún software informático para realizar los cálculos. De no contarse con medios tecnológicos, se recomienda incluir los resultados para dedicarse al análisis. El anexo 1 presenta una actividad que se podría utilizar para tal fin. Trabajar con ejemplos cercanos al estudiante, como el cálculo de una nota de bachillerato a partir de las ponderaciones existentes. Las habilidades 5 y 6 de undécimo se trabajan como transversales en toda la actividad.
Medidas relativas - Posición relativa: estandarización - Variabilidad relativa - El coeficiente de variación	No corresponden aprendizajes esperados del nivel anterior	De undécimo 7, 8	Se recomienda integrar esas dos habilidades con una sola actividad.
No corresponden aprendizajes esperados del nivel actual	Probabilidad Eventos - Relaciones	De décimo 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	Se recomienda integrar las habilidades en una sola actividad. El anexo 2 presenta una actividad que podría utilizarse como guía.

	entre eventos -Unión $\cup$ -Intersección $\cap$ -Complemento -Eventos mutuamente excluyentes Probabilidades -Reglas básicas de las probabilidades: - $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A -Probabilidad del evento seguro es 1 y del evento imposible es 0 -$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ para eventos A y B mutuamente excluyentes.		
--	---	--	--

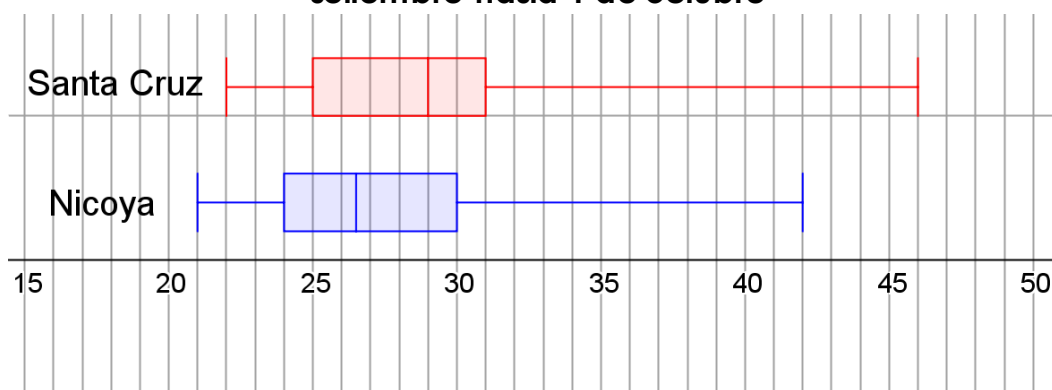
	Otras propiedades -Probabilidad de la unión $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ -Probabilidad del complemento $P(A^c) = 1 - P(A)$		
--	--	--	--

Anexo 1

Actividad recomendada para desarrollo de habilidades de estadística 2, 3, 4, 5, 6 de undécimo año y 2 de décimo año para el nivel de undécimo año

El diagrama de cajas y el cuadro a continuación representan los resultados de un estudio sobre la predicción de 14 días de la velocidad del viento de los cantones de Nicoya y Santa Cruz, desde el 18 de septiembre hasta el 1 de octubre de 2017.

Gráfico 1
Velocidad del viento en Nicoya y Santa Cruz tomados desde 18 de septiembre hasta 1 de octubre



Los datos que estén en blanco, complételos con la información del diagrama de cajas.

	Nicoya	Santa Cruz
Media	28,29	29,43
Mediana	26,5	29
Moda	23; 25; 30; 36	25
Mínimo		
Máximo		
Q1		
Q3		
Desviación Estándar	6,01	6,74

Interprete los resultados

Interpretación

Moda: _____

Mediana: _____

Media: _____

Q1: _____

Q3: _____

Recorrido: _____

Recorrido intercuartílico: _____

Desviación Estándar: _____

Variabilidad: _____

Anexo 2

Actividad recomendada para desarrollo de habilidades 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 de probabilidad de décimo año para el nivel de undécimo año.

Se recomienda trabajar con probabilidad frecuencial. Para esto se hará uso de datos sobre fuerza laboral, población ocupada y población desocupada en el 2013, tomados del informe *Estado de la Nación*, con datos del 2013.

Fuerza de trabajo, Población ocupada y desempleada en el año 2013, distribuido por género

	Fuerza de trabajo 2013		Total
	Fuerza ocupada	Fuerza desempleada	
Hombres	1 245 678	93 732	1 339 410
Mujeres	776 793	94 366	871 159
Total	2 022 671	187 898	2 210 569

Fuente: Vigésimo informe Estado de la Nación.

Si la población total son todos los hombres de la fuerza de trabajo, que a su vez son parte de la fuerza ocupada (es decir, están laborando), ¿cuál sería un evento seguro y cuál sería su probabilidad? ¿Cuál sería un evento imposible y cuál sería su probabilidad?

¿Cuáles son los valores entre los cuáles se encuentra la probabilidad de un evento?

I Parte

Tomando como población total todas las mujeres de la fuerza de trabajo...

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea parte de la fuerza ocupada?

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea parte de la fuerza desempleada?

Considere los siguientes eventos:

A: Ser una mujer de la fuerza laboral ocupada.

B: Ser una mujer de la fuerza laboral desempleada.

¿Estos eventos son excluyentes entre sí? ¿Por qué?

Hallar $P(A)$, $P(B)$

¿Cuál es el evento $A \cup B$?

¿Cuál es el valor de $P(A \cup B)$?

¿Cuál sería una manera de escribir $P(A)$ en términos de $P(B)$?

II Parte (esta parte se puede omitir para los estudiantes por razón de tiempo)

Tomando como población total toda la fuerza de trabajo ocupada...

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre sea parte de la fuerza ocupada?

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea parte de la fuerza ocupada?

Considere los siguientes eventos:

A: Ser un hombre de la fuerza laboral ocupada.

B: Ser una mujer de la fuerza laboral ocupada.

¿Estos eventos son excluyentes entre sí? ¿Por qué?

Hallar $P(A)$, $P(B)$

¿Cómo se escribiría el evento de ser un hombre o una mujer de la fuerza laboral ocupada?

¿Cuál es el valor de $P(A \cup B)$?

¿Cuál sería una manera de escribir $P(B)$ en términos de $P(A)$?

III Parte

Tomando como población total toda la fuerza de trabajo...

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre sea parte de la fuerza ocupada?

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre sea parte de la fuerza desempleada?

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea parte de la fuerza ocupada?

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea parte de la fuerza desempleada?

Considere los siguientes eventos:

A: Ser un hombre de la fuerza laboral trabajando.

B: Ser una mujer de la fuerza laboral trabajando.

C: Ser un hombre de la fuerza laboral desempleado.

D: Ser una mujer de la fuerza laboral desempleada.

¿Estos eventos son excluyentes entre sí? ¿Por qué?

Hallar $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$.

¿Cuál es el evento $A \cup B$?

¿Cuál es el evento $C \cup D$?

¿Cuál es el valor de $P(A \cup B)$?

¿Cuál es el valor de $P(C \cup D)$?

¿Cuál es el evento $A \cup B \cup C \cup D$?

¿Cuál es el valor de $P(A \cup B \cup C \cup D)$?

Sea M el evento $A \cup B$, y N el evento $C \cup D$, ¿cuál sería una manera de escribir $P(M)$ en términos de $P(N)$?

Anexo 3

Se enlistan las habilidades específicas que deben integrarse en cada nivel, según se hace mención en este documento; no se detallan en este anexo las que corresponde al año en curso.

Nivel octavo año (en el área de geometría, se incluyen habilidades tanto de octavo año como de sétimo año)

Las habilidades del año anterior que se consideran vitales para el desarrollo de las habilidades del nivel en curso aparecen en negrita.

Área: Geometría	
Habilidades de sétimo año	Habilidades de octavo año
1. Identificar en dibujos y objetos del entorno puntos, segmentos, rectas, semirrectas, rayos, planos, puntos colineales y no colineales, puntos coplanares y no coplanares. - Identificar y localizar el punto medio de un segmento. - Identificar y trazar rectas paralelas, perpendiculares, concurrentes en diferentes contextos. 4. Utilizar la notación simbólica de cada concepto estableciendo relación con su representación gráfica. - Enunciar relaciones entre los conceptos geométricos mediante notación simbólica. - Reconocer en figuras tridimensionales diversos elementos como caras, aristas, vértices. - Establecer relaciones entre los diversos elementos de figuras tridimensionales: vértices, caras y aristas, rectas y segmentos paralelos perpendiculares, planos paralelos y perpendiculares. 8. Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice. 9. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos. 10. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o	1. Trazar en un plano cartesiano la figura que se obtiene al someter un polígono dado a una homotecia. 2. Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono y el polígono que resulta al aplicar una homotecia. 3. Reconocer pares de figuras homotéticas en el plano de coordenadas. 4. Construir una figura semejante a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1. 5. Construir una figura congruente a una figura dada sometiéndola a una homotecia de razón igual a 1. 6. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos. 7. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos. 8. Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos. 9. Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos. 10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos. 11. Utilizar software de geometría dinámica

suplementarios con otros ángulos dados. 11. Aplicar la relación entre las medidas de ángulos determinados por tres rectas coplanares dadas. 12. Obtener y aplicar medidas de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos. 13. Aplicar la desigualdad triangular. 14. Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo. 15. Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo medidas de los otros ángulos. 16. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo. 17. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos externos de un cuadrilátero convexo. 18. Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas. 20. Representar puntos y figuras geométricas en un plano con un sistema de ejes cartesianos. 21. Determinar algebraicamente el punto medio de un segmento. 22. Ubicar puntos en el interior y en el exterior de figuras cerradas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.	para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos. 12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos. 13. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide. 14. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto. 15. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular. 16. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.
---	--

Nivel noveno año (incluyen habilidades específicas del área de Estadística y Probabilidad, tanto de noveno año como de octavo año)

Las habilidades del año anterior que se consideran vitales para el desarrollo de las habilidades del nivel en curso aparecen **en negrita**.

Área: Estadística	
Habilidades de octavo año	Habilidades de noveno año
2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.	1. Establecer diferencias entre variables cuantitativas: discretas y continuas.

3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas. 4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.	2. Clasificar variables cuantitativas en discretas o continuas. 3. Reconocer la importancia de agrupar datos cuantitativos en clases o intervalos. 4. Resumir un grupo de datos cuantitativos por medio de la elaboración de un cuadro de distribuciones de frecuencia absoluta y relativa (o porcentual). 5. Interpretar la información que proporciona un cuadro de distribución de frecuencias al resumir un grupo de datos cuantitativos. 6. Resumir la información proporcionada por una distribución de frecuencias mediante un histograma o un polígono de frecuencias (absolutas o relativas), e interpretar la información que proporcionan estas representaciones gráficas. 7. Utilizar algún software especializado o una hoja de cálculo para apoyar la construcción de las distribuciones de frecuencia y sus representaciones gráficas
Área: Probabilidad	
Habilidades de octavo año	Habilidades de noveno año
3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas. 4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria. 5. Clasificar eventos en simples o compuestos. 6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada. 7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento. 8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados.	2. Identificar eventos para los cuales su probabilidad no puede ser determinada empleando el concepto clásico. 3. Utilizar el concepto de frecuencia relativa como una aproximación al concepto de Probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado. 4. Identificar que las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con evento seguro, probable e imposible también son válidas para la definición frecuencial. 5. Identificar que, para un evento particular, su frecuencia relativa de ocurrencia se aproxima hacia la probabilidad clásica conforme el número de observaciones aumenta. 6. Resolver problemas vinculados con fenómenos aleatorios dentro del contexto estudiantil.

Nivel décimo año (incluyen habilidades específicas del área de Relaciones y Álgebra, tanto de noveno año como de décimo año).

Las habilidades del año anterior que se consideran vitales para el desarrollo de las habilidades del nivel en curso aparecen **en negrita**.

Área: Relaciones y Álgebra	
Habilidades de noveno año	Habilidades de décimo año
3. Factorizar y simplificar expresiones algebraicas. 4. Expresar $x^2 + px + q$ como $(x + h)^2 + k$. 5. Efectuar división de polinomios. 6. Efectuar operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias. 7. Racionalizar el denominador o numerador de expresiones algebraicas. 8. Plantear y resolver problemas utilizando ecuaciones de segundo grado con una incógnita 9. Resolver ecuaciones que se reducen a ecuaciones de segundo grado con una incógnita. 10. Trazar la gráfica de una función cuadrática cuyo criterio es $y = ax^2 + bx + c$. 11. Analizar la influencia de los parámetros a, b, c en la gráfica de $y = ax^2 + bx + c$, utilizando software. 12. Plantear y resolver problemas utilizando ecuaciones de segundo grado con una incógnita	1. Analizar subconjuntos de los números reales. 2. Utilizar correctamente los símbolos de pertenencia y de subconjunto. 3. Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión. 4. Determinar la unión y la intersección de conjuntos numéricos. 5. Determinar el complemento de un conjunto numérico dado. 6. Identificar si una relación dada en forma tabular, simbólica o gráfica corresponde a una función. 7. Evaluar el valor de una función dada en forma gráfica o algebraica, en distintos puntos de su dominio. 8. Analizar una función a partir de sus representaciones. 9. Calcular la composición de dos funciones. 10. Representar gráficamente una función lineal. 11. Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica. 12. Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella. 13. Analizar gráfica y algebraicamente la función cuadrática con criterio $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. 14. Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando las funciones estudiadas.

	15. Relacionar la representación gráfica con la algebraica. 16. Analizar sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. 17. Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
--	--

Nivel undécimo año (incluyen habilidades del área de Estadística y Probabilidad, tanto de undécimo año como de décimo año)

Las habilidades del año anterior que se consideran vitales para el desarrollo de las habilidades del nivel en curso aparecen **en negrita**.

Área: Estadística	
Habilidades de décimo año	Habilidades de undécimo año
2. Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas. 5. Determinar la media aritmética en grupos de datos que tienen pesos relativos (o ponderación) diferentes entre sí. 6. Utilizar la media aritmética ponderada para determinar el promedio cuando los datos se encuentran agrupados en una distribución de frecuencias.	2. Reconocer la importancia de la variabilidad de los datos dentro de los análisis estadísticos y la necesidad de cuantificarla. 3. Resumir la variabilidad de un grupo de datos mediante el uso del recorrido, el recorrido intercuartílico, la variancia o la desviación estándar e interpretar la información que proporcionan. 4. Utilizar diagramas de cajas para comparar la posición y la variabilidad de dos grupos de datos. 5. Emplear la calculadora o la computadora para simplificar los cálculos matemáticos en la determinación de las medidas de variabilidad. 6. Resolver problemas del contexto estudiantil que involucren el análisis de las medidas de variabilidad.
Área: Probabilidad	
Habilidades de décimo año	Habilidades de undécimo año
1. Describir relaciones entre dos o más eventos de acuerdo con sus puntos muestrales, utilizando para ello las operaciones: unión "$\cup$", intersección "$\cap$" y "complemento" e interpretar el significado dentro de una situación o experimento aleatorio. 2. Representar mediante diagramas de Venn las operaciones entre eventos.	

3. Reconocer eventos mutuamente excluyentes en situaciones aleatorias particulares. 4. Deducir mediante situaciones concretas las reglas básicas (axiomas) de las probabilidades. 5. Deducir las propiedades relacionadas con la probabilidad de la unión y del complemento. 6. Aplicar los axiomas y propiedades básicas de probabilidades en la resolución de problemas e interpretar los resultados generados. 7. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.	
--	--